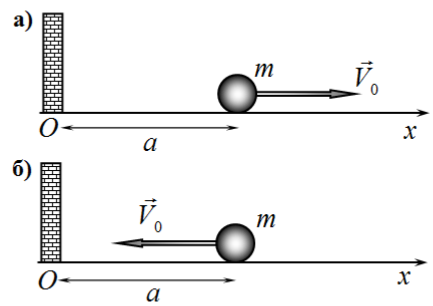
<u>9 класс.</u>

Задача 9.1 «Отражение»

Задача состоит из трех, не связанным между собой частей.
Все графики приведены также на отдельном бланке, на котором вы должны выполнить построения. Формулы и пояснения к этим построениям приводите в своей тетради.

Часть 1. Механическая

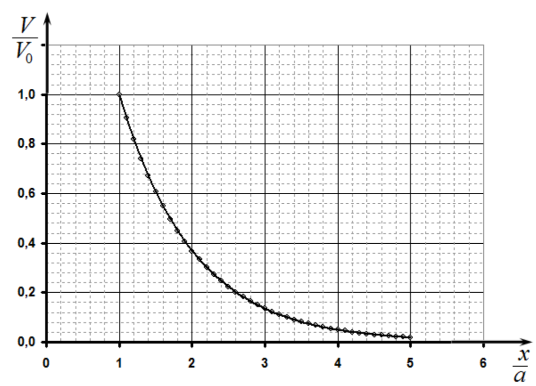
1.1 Небольшой шарик массы m может двигаться по горизонтальной поверхности. При движении на шарик действует тормозящая сила, пропорциональная его скорости $F = -\beta V$, где β - известный коэффициент. Шарик находится на расстоянии a от вертикальной стенки и ему сообщают начальную горизонтально направленную скорость V_0. Найдите функции и постройте их графики зависимости модуля скорости шарика от его координаты (ось Ox направлена горизонтально, начало отсчета совпадает со стенкой), если



а) вектор начальной скорости направлен от стенки;
б) вектор начальной скорости направлен к стенке.

Известно, что $\frac{mV_0}{\beta} = 5a$. Удар шарика о стенку считайте абсолютно упругим.

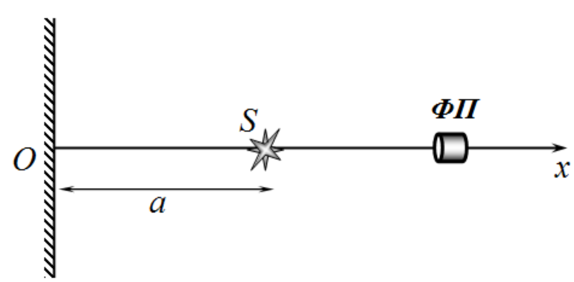
1.2 Рассмотрим теперь движение шарика, если на него действует тормозящая сила, модуль которой пропорционален квадрату скорости шарика. Если начальная скорость шарика направлена от стенки, то зависимость модуля скорости шарика от его координаты имеет вид, показанный на рисунке. Постройте график зависимости модуля скорости шарика от его координаты, если начальная скорость шарика направлена к стенке.



Часть 2. Оптическая

Точечный источник света S находится на расстоянии a от плоского зеркала.

2.1 Постройте ход различных лучей от источника, укажите, где находится его изображение.

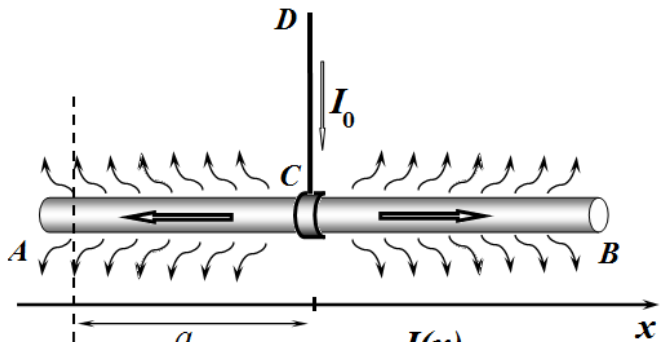


2.2 Для измерения интенсивности света используется фотоприемник ***ФП*** расположенный на оси Ox. Эта ось проходит через источник и перпендикулярна зеркалу, начало отсчета расположено на зеркале. Если закрыть зеркало, то зависимость интенсивности света от координаты фотоприемника имеет вид, показанный на рисунке. Постройте график зависимости интенсивности света, регистрируемой фотоприемников от его координаты, если зеркало открыто.

Вам нет необходимости знать точное определение интенсивности. Достаточно догадаться, что она пропорциональная световой энергии, попадающей на фотоприемник в единицу времени. Источник считайте настолько малым, что он не препятствует прохождению отраженных лучей. Поглощением света (как в воздухе, так и при отражении) можно пренебречь.

Часть 3. Электрическая.

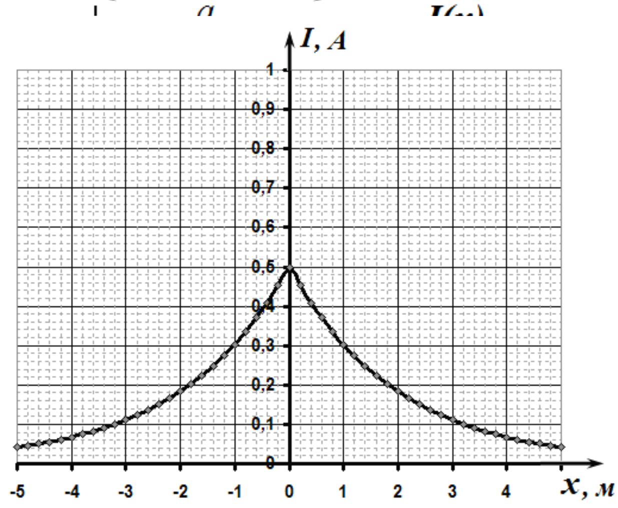
Очень длинный прямой кабель AB находится в слабопроводящей среде. К кабелю подключен провод DC, по которому в кабель поступает электрический ток силой $I_0 = 1{,}0\,A$. Из-за утечки тока в окружающую среду сила тока в кабеле по мере удаления от точки C убывает.



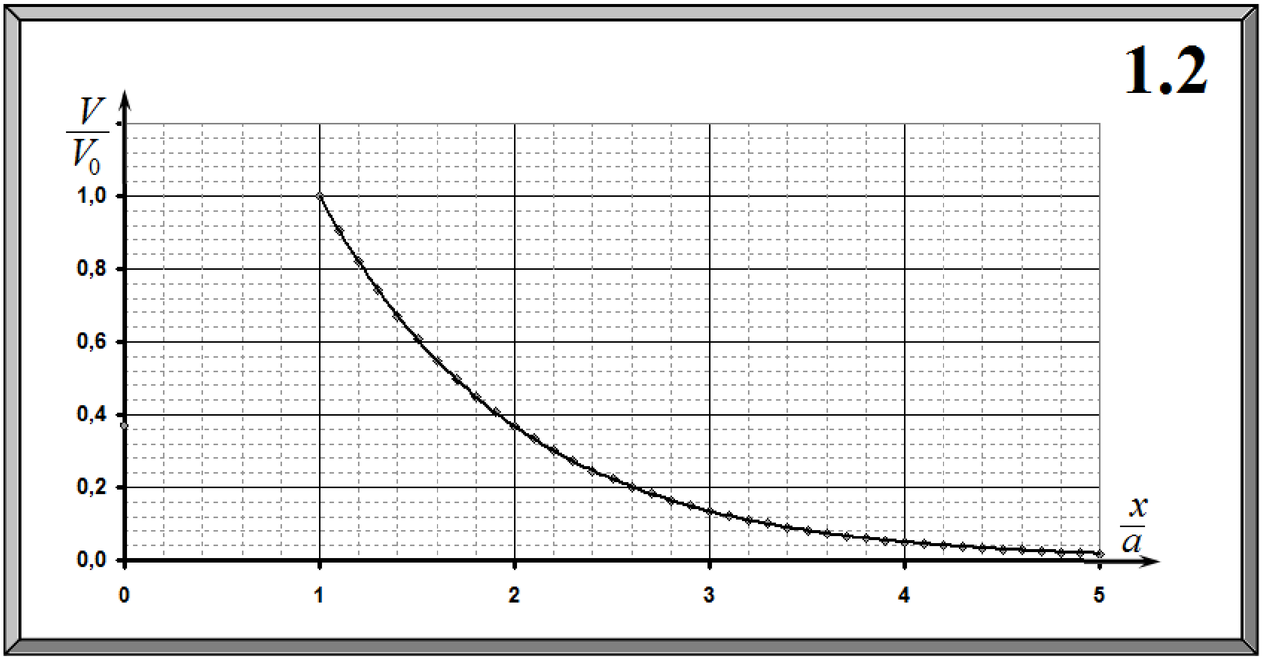
На рисунке приведен график зависимости силы тока в кабеле от координаты x (ось Ox параллельна кабелю, начало отсчета расположено в точке контакта C).

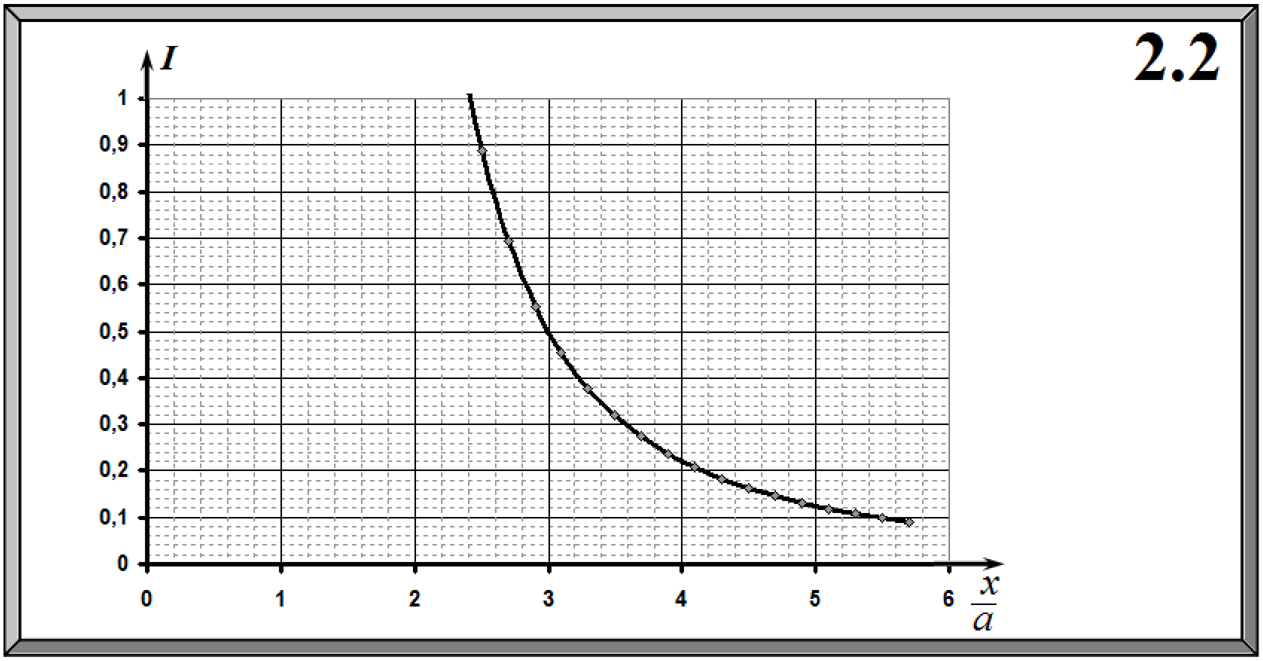
На расстоянии $a = 1{,}0\,м$ от точки C происходит обрыв кабеля. Торец кабеля в месте обрыва изолируют (боковая поверхность кабеля при этом не изменилась).

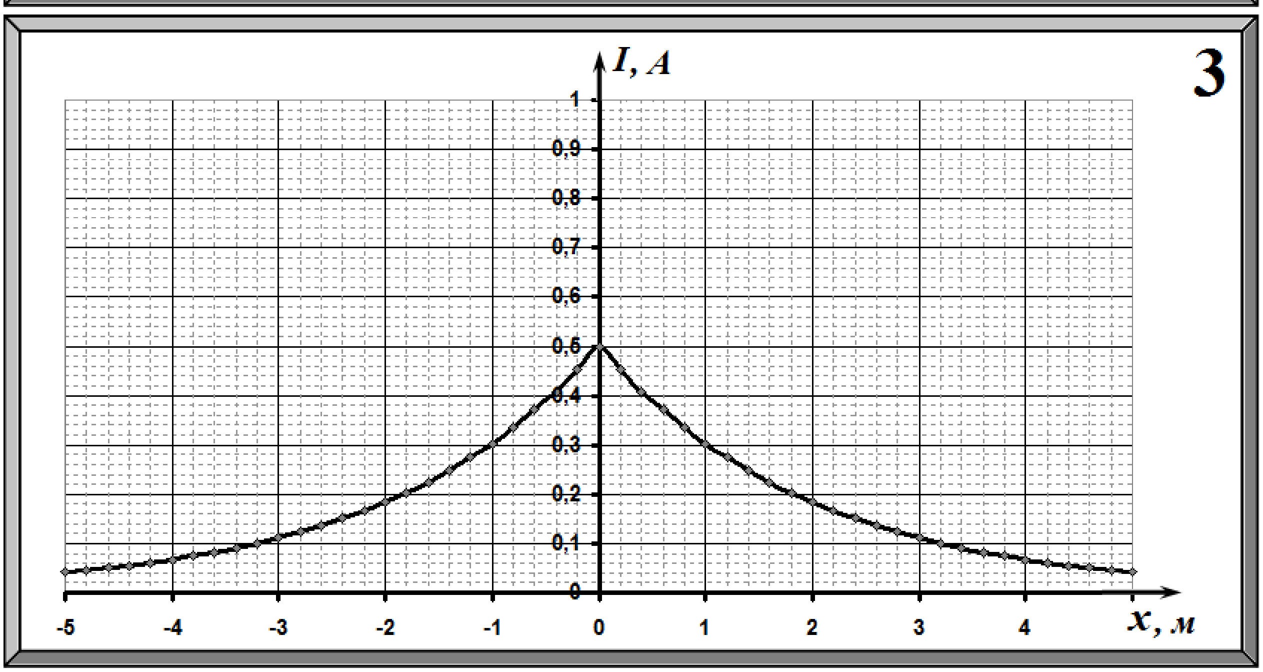
Постройте график зависимости силы тока в кабеле от координаты x после обрыва кабеля. Ток в проводе DC после обрыва не изменился.



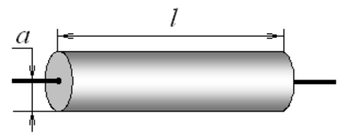
Бланк к задаче 9.1







Задача 9.2 Предохранитель



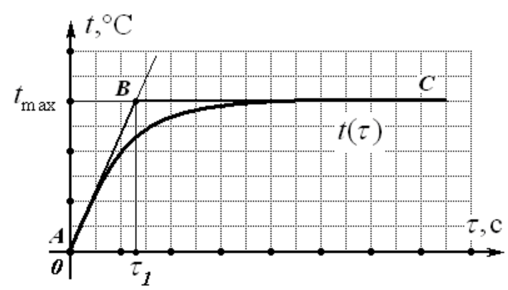
Плавкий предохранитель представляет собой резистор некоторой длины l и радиуса $a = 0{,}10$ мм, изготовленный из материала с плотностью[1] $\gamma = 8{,}9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельной теплоемкостью $c = 0{,}38 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$, с удельным сопротивлением $\rho = 1{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м и температурой плавления $t_{\text{пл}} = 2{,}3 \cdot 10^2$ °C.

Примем, что теплообмен предохранителя с окружающей средой происходит в основном через его боковую поверхность, а количество теплоты ΔQ, отдаваемое за промежуток времени $\Delta\tau$, пропорционально площади S теплообмена и разности температур $\Delta t = t - t_0$ предохранителя t и окружающей среды t_0 ($t_0 = 0{,}0$ °C):

$$\frac{\Delta Q}{\Delta \tau} = \alpha S (t - t_0),$$

где $\alpha = 8{,}5 \cdot 10^2 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$ — постоянный коэффициент теплоотдачи. Изменением сопротивления предохранителя при увеличении температуры пренебречь.

Часть 1. Один предохранитель.



При включении предохранителя в цепь его температура начинает увеличиваться со временем по некоторой зависимости, достигая предельного значения $t_{\max}$. Поскольку описать зависимость $t(\tau)$ достаточно сложно, то примем упрощенную модель данной функции — будем считать, что температура t растет с постоянной скоростью, равной скорости роста в начальный момент времени (отрезок *AB* на рисунке), достигает максимального значения $t = t_{\max}$ и температура предохранителя остается постоянной (участок *BC* на рисунке). Промежуток времени τ_1 назовем временем разогрева предохранителя до максимальной температуры $t_{\max}$.

1.1 До какой предельной температуры $t_{\max}$ нагреется предохранитель при прохождении по нему электрического тока силой $I_1 = 10$ А? Найдите время разогрева τ_1 предохранителя, за которое он нагреется до температуры t_1.

1.2 При какой силе тока $I_{\max 1}$ предохранитель перегорит? При какой силе тока $I_{\max 2}$ перегорит предохранитель, если его радиус увеличить в два раза?

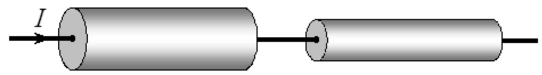
Часть 2. Два предохранителя.

2.1 Два предохранителя одинаковой длины и радиусами $a_1 = a$ и $a_2 = 2a$ включены в цепь

---

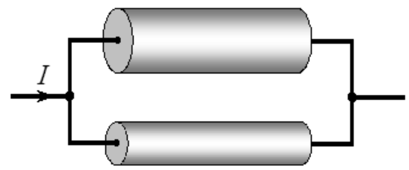
[1] Традиционные обозначения физических величин «перекрываются», поэтому мы вынуждены использовать свои «не традиционные»: ρ - удельное электрическое сопротивление, γ - плотность; t - температура, τ - время, R - сопротивление, a - радиус.

последовательно.
Силу тока в цепи медленно (по сравнению со временем разогрева) увеличивают. При какой силе тока в цепи $I_{\max 3}$ перегорит такой составной предохранитель?



Определите, какой из резисторов перегорит первым при условии, что в цепи мгновенно устанавливается ток силой $5I_{\max 3}$.

2.2 Два предохранителя одинаковой длины радиусами $a_1 = a$ и $a_2 = 2a$ включены в цепь параллельно.
Силу тока в цепи медленно (по сравнению со временем разогрева) увеличивают. При какой силе тока $I_{\max 4}$ перегорит такой составной предохранитель?



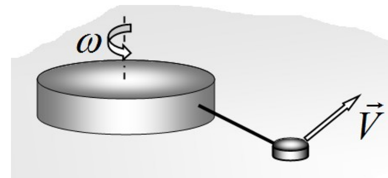
Определите, какой из предохранителей перегорит первым при условии, что
в цепи мгновенно устанавливается ток, сила которого равна $5I_{\max 4}$.

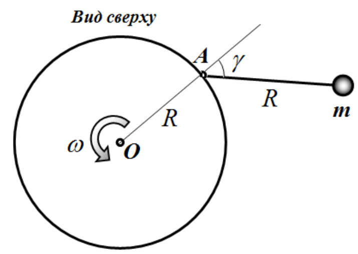
2.3 В ходе ремонта составного предохранителя, описанного в п.2.2, длину проволоки первого (более тонкого) предохранителя укоротили на 10%. Определите, какой из предохранителей перегорит первым, при условии, что в цепи мгновенно устанавливается ток силой $I_0 = 100A$.

Задача 9-3 Праща.

С помощью пращи Давид победил Голиафа! А вам надо рассмотреть динамику этого примитивного, но эффективного устройства.

Для описания движения камня в праще рассмотрим упрощенную схему. На горизонтальной поверхности расположен твердый сплошной диск радиуса $R = 1{,}0\,м$, который вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. К боковой поверхности диска в некоторой точке A прикреплена легкая нерастяжимая нить, длина которой равна радиусу диска. К концу веревки привязана небольшая шайба массы m, которая скользит по столу.





Диск моделирует вращающуюся руку, а шайба камень в праще.

Во всех пунктах данной задачи рассматривайте только установившийся режим: после некоторого этапа разгона движение шайбы будет происходить с постоянной по модулю скоростью.

Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10\,\frac{м}{c^2}$**.**

Во всех пунктах задачи желательно получить ответ в виде формулы и только после этого подставлять численные значения параметров. Однако, в тех случаях, когда вам необходимо использовать различные тригонометрические формулы (которые Вы не знаете), рекомендуем по возможности сразу находить численные значения различных углов и затем подставлять их последующие выражения.

Часть 1. Во всем виновато сопротивление воздуха!

В этой части задачи будем считать, что в процессе движения на шайбу действует сила сопротивления воздуха, пропорциональная скорости шайбы

$$F = -\beta V\,, \qquad (1)$$

а силой трения шайбы о поверхность стола модно пренебречь. Силой сопротивления воздуха действующей на нить также можно пренебречь.

Для определения коэффициента пропорциональности β в формуле (1) шайбу сбросили с большой высоты. Оказалось, что после некоторого разгона шайба стала падать с постоянной скоростью $v_0 = 50\,\frac{м}{c}$.

1.1 В описанной установке диск вращается, с частотой $n = 1{,}0\,\frac{об.}{c}$. Определите угол отклонения нити от радиального направления γ и модуль скорости установившегося движения шайбы.

1.2 До какой максимальной скорости можно разогнать шайбу в данных условиях, если нить выдерживает максимальную нагрузку $T_{\max} = Kmg$, где m - масса шайбы, $K = 10$.

Часть 2. Во всем виновата сила трения.

В этой части задачи будем считать, что на шайбу действует постоянная по модулю сила трения о стол, а силой сопротивления воздуха можно пренебречь.

2.1 Для определения коэффициента трения шайбы о поверхность шайбе сообщили горизонтально направленную скорость $v_1 = 1{,}0 \frac{м}{с}$. При этом до полной остановки она прошла путь $S = 12\,см$. Рассчитайте по этим данным численное значение коэффициента трения μ.
В дальнейших расчетах используйте найденное численное значение этого коэффициента.

Диск вращается с постоянной частотой n.

2.2 Определите модуль скорости установившегося движения шайбы при $n = 0{,}30\ \frac{об.}{с}$.

2.3 Определите модуль скорости установившегося движения шайбы при $n = 0{,}25\ \frac{об.}{с}$.

2.4 Определите модуль скорости установившегося движения шайбы при $n = 0{,}20\ \frac{об.}{с}$.

10 класс.

Задача 10.1 ЦУП

В детстве юный физик Федя хотел стать космонавтом. Немного повзрослев, он начал изучать физику и понял, что гораздо интереснее запускать космические корабли и спутники, чем самому летать на них. Узнав о таком увлечении Феди, его учитель физики организовал экскурсию в Центр управления полетами (ЦУП).

Фотографировать там было запрещено (информация о полетах - секретная), но очень хотелось. Благодаря современным технологиям Феде все-таки удалось сделать несколько снимков.

Приехав домой, Федя обнаружил, что снимки получились в не очень хорошем качестве. Например, фотографии главного экрана, на котором отображались траектории полетов спутников, получились черно-белыми, а среди надписей были различимы только «экватор» и «гринвичский меридиан». Однако и такого материала было достаточно, чтобы поупражняться в вычислениях.

Примечание. На приведенных ниже рисунках одна клетка соответствует 20° вне зависимости от ее размеров. Рассматриваемые в задаче орбиты спутников являются круговыми.

Часть 1

На рис. 1 приведена фотография экрана ЦУП, на котором отчетливо видна траектория движения спутника. Из рисунка, например, видно, что расстояние между двумя точками последовательного пересечения экватора (выраженное в градусах), равно 140°.

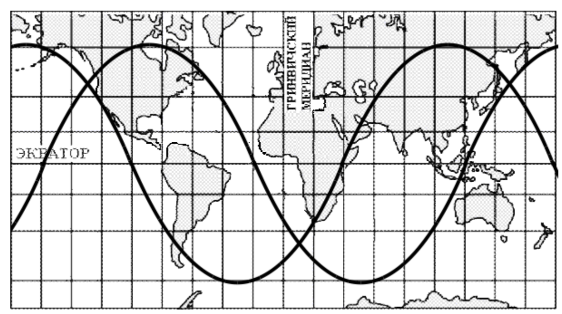


Рис. 1

1.1 В какую сторону вращается спутник: в том же направлении, что и Земля или в противоположном?

1.2 Определите период обращения спутника по орбите, радиус орбиты, угловую и линейную скорость движения по орбите.

1.3 Как будет изменяться расстояние между точками последовательного пересечения экватора при уменьшении радиуса орбиты этого спутника? Чему равно максимально возможное расстояние между этими точками? Ответ выразите в градусах.

Часть 2

На второй фотографии (рис. 2) изображены траектории полетов двух спутников связи. Федя вспомнил (из рассказов главного инженера), что спутники одновременно пересекают линию экватора.

2.1 Определите радиусы орбит этих спутников и периоды обращения по орбитам.

Спутники обмениваются информацией не только с наземными пунктами, но и друг с другом.

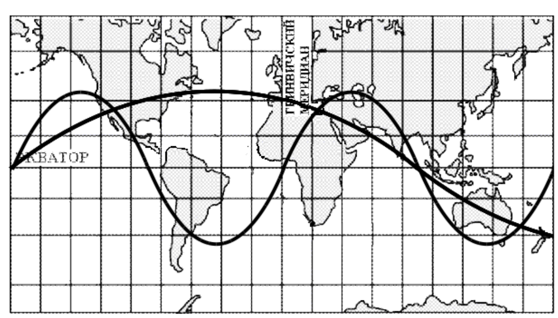


Рис. 2

2.2 На какое время и с какой периодичностью прямая радиосвязь между ними прекращается?

Часть 3

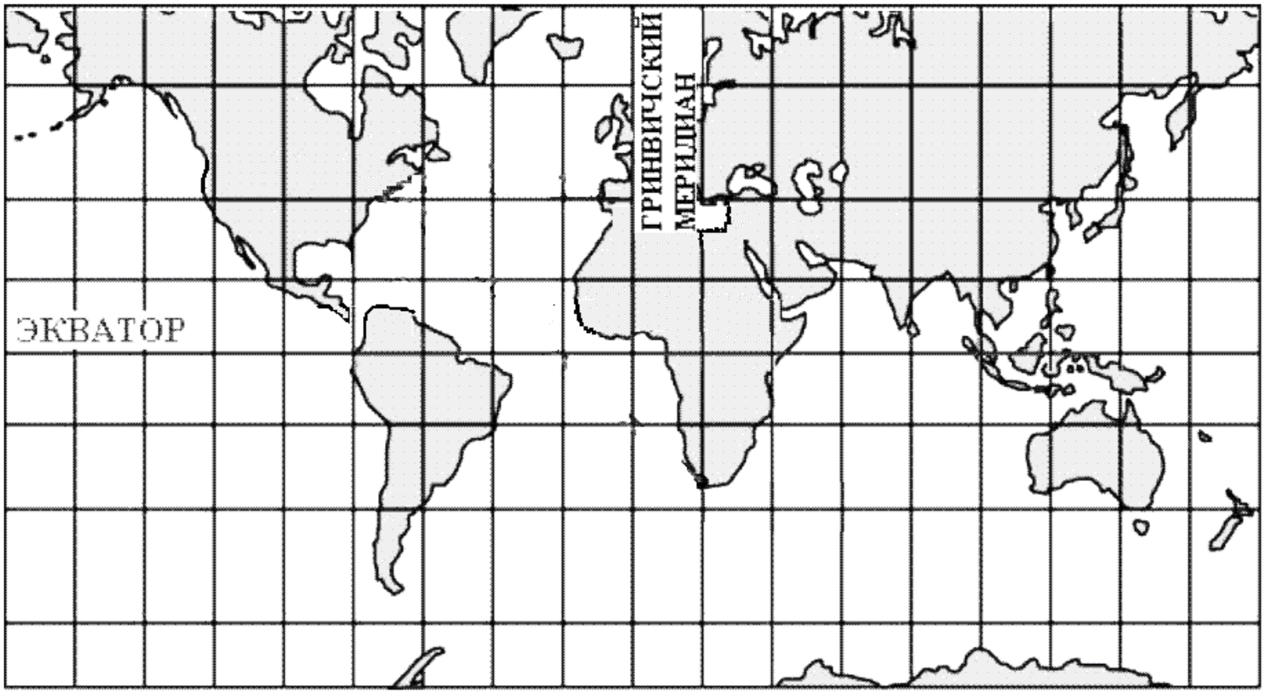
«Надо и самому пофантазировать» - подумал Федя.

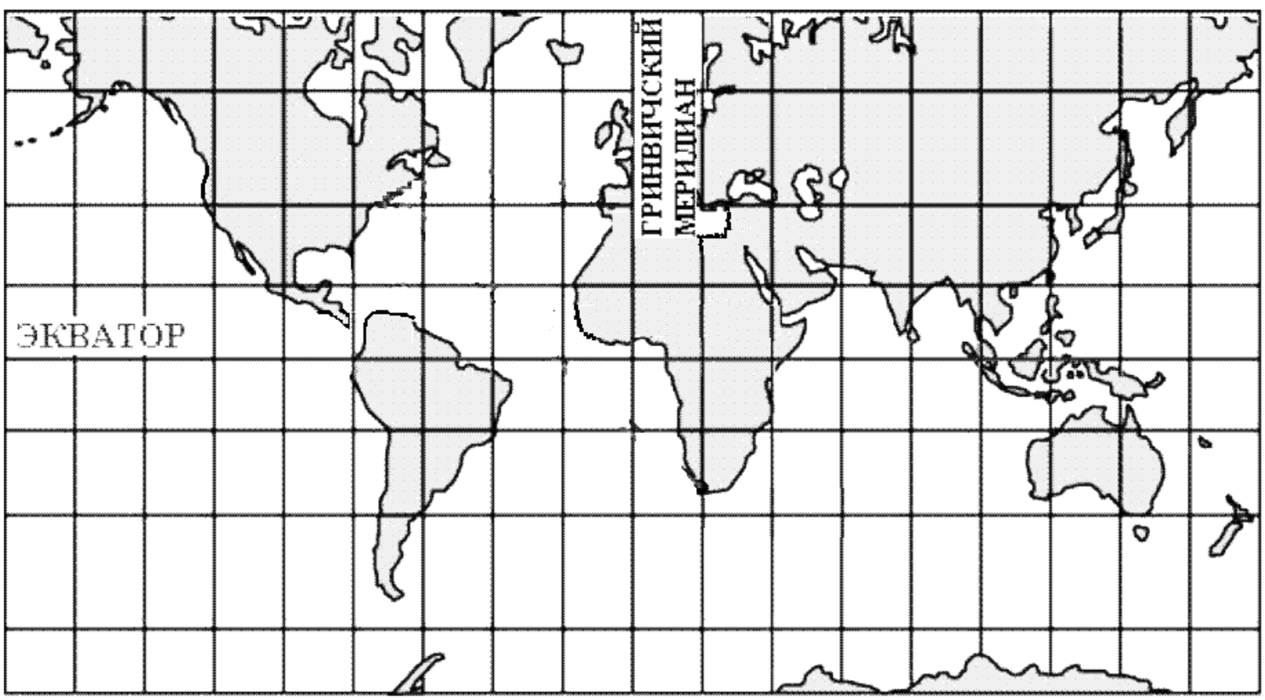
3.1 На предложенной вам карте (на отдельном бланке) изобразите траектории двух спутников, движущихся по орбитам одинакового радиуса в разных направлениях относительно Земли. Плоскости орбит спутников перпендикулярны друг другу и наклонены под углом 45° к экватору. Период обращения спутников в 1,5 раза меньше периода обращения Земли. Спутники (как и в предыдущей части задачи) одновременно пересекают экватор в момент встречи.

Необходимые для решения задачи величины:

Радиус Земли: $R_З = 6{,}4 \cdot 10^6\,м$; *Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли:* $g = 9.8 м/с^2$; *Период обращения Земли* $T_З = 24ч$

Бланк к задаче 10.1





Задача 10.2 Электронный газ и неоднородный проводник

В классической электронной теории металлов предполагается, что движение электронов подчиняется законам классической теории. В этой теории электроны проводимости рассматривают как идеальный газ, такой же как идеальный атомарный газ в молекулярной физике, и подчиняющий тому же уравнению состояния идеального газа.

В учебных пособиях утверждается, что такая модель хорошо качественно описывает законы постоянного тока.

В данной задаче Вам предлагается получить некоторые из известных законов постоянного тока в рамках модели идеального электронного газа и оценить количественно величины, используемые в этой модели. В качестве исследуемого металла выберем медный провод постоянного сечения.

Часть 1. Общие характеристики

Большинство электронов в атоме крепко привязаны к ядру. Однако в металлах один или два внешних электрона могут свободно странствовать по всему веществу, в то время как тяжелые ионы остаются около фиксированных мест в кристаллической решетке. В меди в среднем на один атом приходится один свободный электрон.

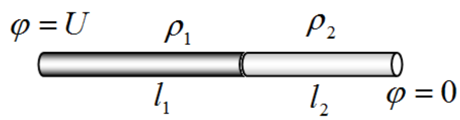
1.1. Определите концентрацию n_0 свободных электронов в медном проводнике.
1.2. Предположим, что электроны находятся в тепловом равновесии с ионами решетки. Определите среднюю квадратичную скорость $\langle v_{\text{кв.}} \rangle$ хаотического движения электронов при температуре $T = 300\,\text{К}$.
1.3. В действительности, из-за квантовых ограничений средняя скорость движения свободных электронов составляет $\langle v \rangle = 2{,}0 \cdot 10^6 \,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, т.е. тепловое равновесие свободных электронов с ионами решетки является плохим приближением. Независимо от значения, которое Вы получили в п. 1.2, примите $\langle v_{\text{кв.}} \rangle = 2{,}0 \cdot 10^6 \,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и определите, какой температуре T_e она соответствует.
1.4. Определите давление p электронного газа при этой температуре.

Часть 2. Электрический ток.

Рассмотрим медный прямолинейный проводник постоянного сечения $S = 1{,}0\,\text{мм}^2$, через сечение которого течет ток силой $I = 1{,}0\,\text{А}$.
2.1 Определите среднюю скорость направленного движения (скорость дрейфа $\langle v_{\text{др.}} \rangle$) электронов в проводнике.
2.2. Постоянная разность потенциалов U между концами проводника обеспечивает существование стационарного электрического поля внутри проводника. Определите модуль напряженности E этого поля для проводника длиной $L = 1{,}0\,\text{м}$ при напряжении между его концами $U = 1{,}0\,\text{В}$.
2.3. Существование стационарного электрического поля означает, что на электроны внутри проводника действует постоянная сила, под действием которой электроны должны двигаться равноускоренно. Однако скорость их дрейфа постоянна. Обычно это объясняют тем, что электроны испытывают многократные столкновения с ионами решетки, теряя при этом скорость до нуля, снова разгоняются, сталкиваются, теряют скорость и т.д. В рамках этой модели получите закон Ома для участка цепи и определите среднее время τ между двумя

последовательными столкновениями, считая известным удельное сопротивление меди.

Часть 3. Неоднородный проводник



3.1. Участок цепи состоит из двух проводников одинаковых сечений из разных металлов. Проводники соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения $U = 220\,\text{В}$. Первый проводник длиной l_1 изготовлен из меди, второй проводник длиной l_2 – из константана (сплав 60% меди и 40% никеля). Не нарушая общности решения, будем считать потенциал отрицательного полюса равным нулю, а потенциал положительного $\varphi_0 = U$. Определите потенциал φ_1 в месте соединения проводников в случае $l_1 = l_2 = \dfrac{L}{2}$.

3.2. Найдите зависимости потенциала φ и модуля напряженности E стационарного электрического поля внутри проводника от расстояния от начала медного проводника в случае $l_1 = l_2 = \dfrac{L}{2}$.

3.3. Рассмотрите проводник длиной L, удельное сопротивление материала которого линейно возрастает по длине проводника от ρ_1 на положительном конце до ρ_2 на отрицательном. Как изменяется модуль напряженности электрического поля в проводнике в зависимости от расстояния от положительного конца проводника? Найдите распределение потенциала φ по длине проводника. Постройте график этого распределения.

<u>Справочные данные</u>

Постоянная Авогадро $N_\text{А} = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{моль}^{-1}$; постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

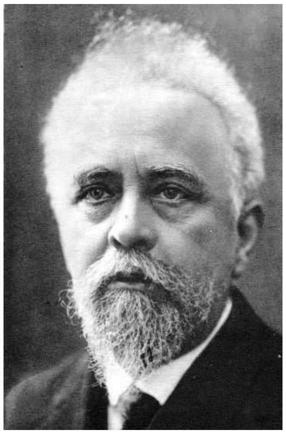
элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{Кл}$; масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{кг}$;

плотность меди $D = 8{,}9 \cdot 10^{3}\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; удельное сопротивление меди $\rho_1 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\,\text{Ом} \cdot \text{м}$;

удельное сопротивление константана $\rho_2 = 5{,}1 \cdot 10^{-7}\,\text{Ом} \cdot \text{м}$;

молярная масса меди $M = 6{,}4 \cdot 10^{-2}\,\dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

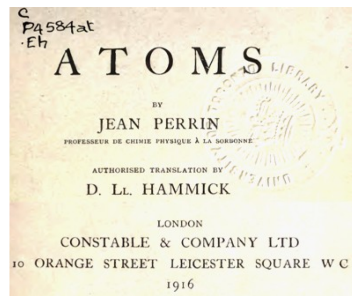
Задача 10.3 Опыты Жана Перрена.



Броуновское движение было открыто английским ботаником Р. Броуном в 1827 году, когда он проводил исследования пыльцы растений. В 1905 году Альбертом Эйнштейном была создана молекулярно-кинетическая теория для количественного описания броуновского движения. Формула Эйнштейна была подтверждена опытами Жана Перрена и его студентов в 1908-1909 гг. В качестве броуновских частиц они использовали зёрнышки смолы мастикового дерева и гуммигута — густого млечного сока деревьев рода гарциния.

В 1926 г. Ж. Перрен получил Нобелевскую премию по физике.

В данной задаче вам предстоит разобраться в сущности одного из экспериментов, проведенных Ж. Перреном



Задача написана на основе книги Ж. Перрена «Атомы» 1916 г. Все численные данные взяты из этой книги. В качестве иллюстраций использованы выдержки из указанного издания. Информация, содержащаяся в этих вырезках, полностью содержится в тексте задачи, поэтому переводить тексты из указанной книги нет необходимости.

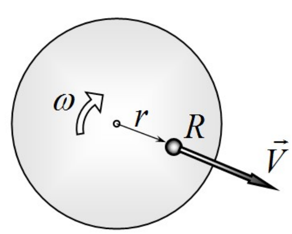
<u>Справка для любопытных:</u>
gamboge [gæm'bəuʤ] - гуммигут (млечный сок некоторых тропических растений)

Часть 1. Получение однородной эмульсии[2].

Для получения эмульсии Ж. Перрен растирал гуммигут пальцами под водой. При этом образовывалась краска ярко желтого цвета. Однако, образовавшиеся шарики гуммигута имели различные размеры, а для проведения измерений требовалась эмульсия, частички которой одинаковы. Для разделения частиц Ж. Перрен использовал центрифугу – быстровращающийся цилиндрический сосуд, в котором содержалась исходная эмульсия.

I treated 1 kilogramme of gamboge and obtained after several months a fraction containing a few decigrammes of grains having diameters approximately equal to the diameter I wished to obtain.

1.1 Сферическая частица радиуса R (из материала плотности ρ) находится в жидкости (плотности ρ_0) на расстоянии r от оси вертикального сосуда, вращающегося вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. Найдите зависимость скорости радиального движения частицы V от расстояния до оси вращения.



На частицу сферической формы в жидкости действует сила вязкого трения, определяемая формулой Стокса

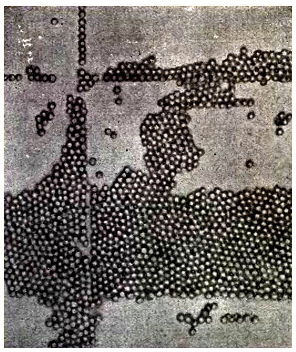
$$F = 6\pi\eta RV\,, \tag{1}$$

где η - так называемый, коэффициент вязкости жидкости (считайте эту величину известной).

[2] Эмульсия - в данном случае, жидкая среда, в которой находятся шарики смолы.

1.2 Во сколько раз изменится скорость частицы, если ее радиус уменьшится в два раза?
1.3 (Опыты Перрена) Рассчитайте значение скорости движения частицы гуммигута радиуса $R = 0{,}212\,мкм = 0{,}212 \cdot 10^{-6}\,м$, находящейся на расстоянии $r = 15{,}0\,см$ от оси вращения центрифуги. Центрифуга совершает 2500 оборотов в минуту, в сосуде находится водная эмульсия. Численные значения характеристик воды и гуммигута приведены в Справочных данных.
1.4 Оцените время, за которая частица (в условия, описанных в п. 1.2) сместится на расстояние $l = 5{,}0\,см$.

Часть 2. Определение размеров частиц.



Для измерения размеров частиц Ж. Перрен использовал три различных метода. В одном из них он измерял скорости падения частиц в жидкости. Для этого в вертикальный сосуд с жидкостью вливался тонкий слой эмульсии, содержащей гранулы примерно одного размера (после центрифугирования). Этот слой медленно опускался в воде. Из-за броуновского движения происходило медленное расплывание самого слоя, но оно составляло не более $1/50$ от того расстояния, на которое частицы опускались.

The edge of the cloud of grains as it sinks will not be very sharply defined, for as a result of the fortuitous fluctuations due to the molecular agitation, the grains will not all fall from the same height; however, by taking the " middle " of the zone, it is possible to evaluate to within nearly $\frac{1}{50}$ the mean value of the distance fallen (it is of the order of a few millimetres per day) and the mean velocity of fall can consequently be obtained.

2.1 Пренебрегая броуновским движением, найдите скорость опускания сферической частицы гуммигута радиуса $R = 0{,}212\,мкм$ в воде.

2.2 Найдите время, за которое слой частиц опустится на расстояние $l = 5{,}0\,см$.

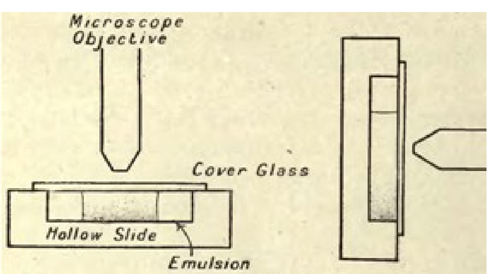


FIG. 5.

Часть 3. Распределение частиц по высоте.

В первой основной серии экспериментов Ж. Перрен изучал распределение частиц по высоте с помощью микроскопа. Оказалось, что концентрация частиц убывает с высотой, также как уменьшается концентрация молекул газа в поле тяжести Земли. Теоретический анализ, проведенный А. Эйнштейном, показал, что поведение частиц в эмульсии полностью аналогично поведению молекул газа. Иными словами, части можно рассматривать как очень большие молекулы.

Рассмотрим изменение концентрации молекул кислорода в земной атмосфере. Будем считать, что температура воздуха одинакова на всех высотах и равна $t° = 20°C$

3.1 Рассчитайте, на какой высоте концентрация молекул кислорода уменьшается на 1,0% .
3.2 Покажите, что концентрация молекул кислорода уменьшается в 2 раза на высоте, которая рассчитывается по формуле:

$$h_{1/2} = 0{,}01N \cdot \frac{RT}{Mg} = 0{,}69\frac{R_G T}{Mg}, \qquad (2)$$

где R_G - универсальная газовая постоянная, M - молярная масса газа.

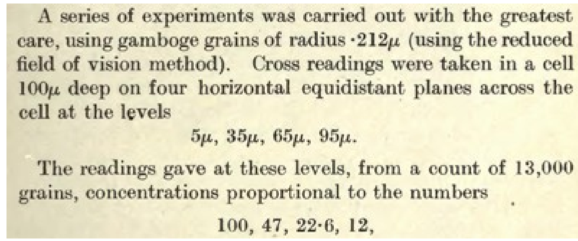
3.3 (Опыты Перрена) В одной из серий экспериментов Ж. Перрен использовал водную эмульсию, содержащую частицы радиуса $R = 0{,}212\,мкм$. В результате подсчета в общей сложности 13000 частиц, Ж. Перрен выяснил, что на высотах

5; 35; 65; 95;

микрон, концентрации частиц пропорциональны числам

100; 47; 22,6; 12.

Температура, при которой проводились измерения, равнялась $t° = 20°C$.



A series of experiments was carried out with the greatest care, using gamboge grains of radius ·212μ (using the reduced field of vision method). Cross readings were taken in a cell 100μ deep on four horizontal equidistant planes across the cell at the levels

5μ, 35μ, 65μ, 95μ.

The readings gave at these levels, from a count of 13,000 grains, concentrations proportional to the numbers

100, 47, 22·6, 12,

По этим данным Ж. Перрен впервые в истории оценил (с точностью до одной значащей цифры) постоянную А. Авогадро. Сделайте это и Вы.

Универсальная газовая постоянная R_G измеряется достаточно простыми методами, и Ж. Перрену (как и Вам) была известна.

Справочные данные.

Плотность воды $\rho_0 = 0{,}998 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$

Плотность гуммигута $\rho_0 = 1{,}194 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$

Вязкость воды $\eta = 1{,}005 \cdot 10^{-6}\,Па \cdot с$

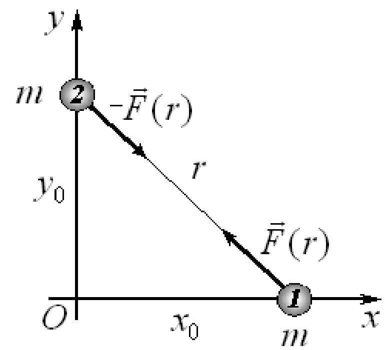
Ускорение свободного падения $g = 9{,}81 \frac{м}{с^2}$

Универсальная газовая постоянная $R_G = 8{,}314 \frac{Дж}{моль \cdot К}$

Молярная масса кислорода $M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$

<u>**11 класс.**</u>

Задача 11.1 Притяжение



Две небольшие бусинки (материальные точки) одинаковой массы ($m_1 = m_2 = m$) притягиваются друг к другу с некоторой центральной силой $F(r)$, модуль которой зависит от расстояния r между ними. Бусинки могут скользить без трения одна — по жесткой оси Ox, а другая — по перпендикулярной ей жесткой оси Oy. Бусинки начинают движение из состояния покоя, находясь на некоторых расстояниях x_0 и y_0 от начала координат соответственно. Силой тяжести и гравитационного взаимодействия бусинок пренебречь.

1. Покажите, что при любом (отличном от нуля, конечно!) виде зависимости $F(r)$ материальные точки одновременно окажутся в начале координат.
2. Найдите время движения бусинок до начала координат для случая $F(r) = F_0 = const$.
3. Предположим, что бусинки соединены растянутой пружиной малой начальной длины, сила упругости которой меняется по закону $F(r) = -k \cdot r$. Найдите время движения бусинок до начала координат в данном случае.
4. Пусть бусинки зарядили разноименными электрическими зарядами $+q$ и $-q$. Через какое время они окажутся в точке начала координат в этом случае?

Подсказка: Вспомните третий закон Кеплера!

Задача 11.2 Система автоматического наведения

В этой задаче мы предлагаем Вам рассмотреть упрощенную модель системы наведения ракет. Оптическая схема системы представлена на рис 1. Ее основа — две собирающие линзы L_1 и L_2 с фокусными расстояниями, равными F_1 и F_2 соответственно. Расстояние между фокусами линз равно b. Главная оптическая ось второй линзы параллельна оси первой линзы и расположена на некотором расстоянии a от нее. Лучи света, испускаемого мишенью, собираются линзой L_1. Линза L_2 проецирует изображение на экран S.

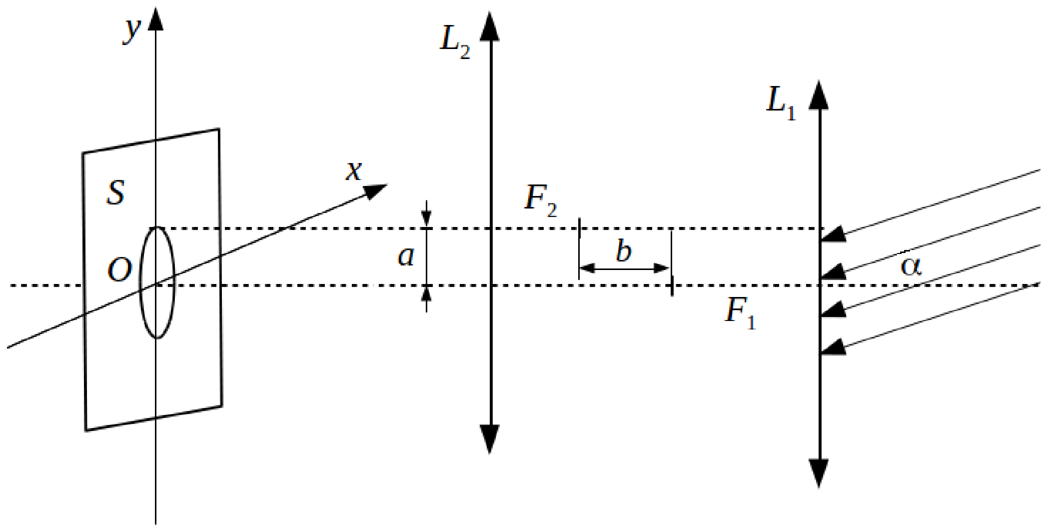


Рис. 1

В идеальном случае, когда ракета движется строго на мишень, лучи света идут параллельно главной оптической оси линзы L_1 ($\alpha = 0$).

1. Определите, на каком расстоянии f от центра второй линзы необходимо установить экран, чтобы получить четкое изображение. На каком расстоянии r_0 от оси системы (главной оптической оси линзы L_1) будет находиться изображение?

Линза L_2 вращается с некоторой угловой скоростью ω так, что ее ось описывает на экране окружность с радиусом a и остается всегда параллельной оптической оси первой линзы. При этом в случае, когда ракета летит прямо на цель, изображение описывает на экране окружность с радиусом r_0. Когда ракета отклоняется от цели на угол α, изображение на экране искажается.

2. Считая угол α малым, определите минимальное и максимальное расстояние от центра экрана до изображения.

3. По какой траектории будет происходить движение изображения. Ответ обоснуйте. Изобразите траекторию движения. Считайте, что цель отклонилась строго в направлении оси Oy.

Далее для упрощения вычислений, будем считать, что расстояние между фокусами линз равно фокусному расстоянию второй линзы, т. е. $b = F_2$

Основа системы автоматического управления — четыре линейных оптических датчика, расположенных на экране вдоль осей Ox и Oy перпендикулярно друг другу (рис. 2).

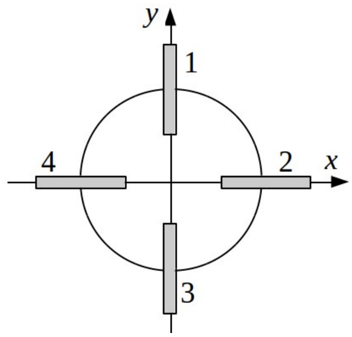


Рис. 2

4. Считая, что цель отклонилась строго в направлении оси Oy на некоторый угол α, получите выражения для интервалов времени между последовательными срабатываниями датчиков.

5. Предложите алгоритм работы системы управления ракеты.

Задача 11-3 Эффект Мёссбауэра и эффект Доплера.

Около 1852 Дж. Г. Стокс впервые наблюдал флуоресценцию — поглощение флюоритом падающего света с последующим испусканием света поглотителем. В 1900 П. Виллард обнаружил гамма-лучи — испускаемое радием монохроматическое электромагнитное излучение с высокой энергией фотонов. В 1904 Р. Вуд продемонстрировал резонансную оптическую флуоресценцию, которая характеризуется испусканием поглощённой световой энергии в виде излучения той же частоты.

Эффект Мёссбауэра или ядерный гамма-резонанс, открытый в 1958 году Рудольфом Мёссбауэром в Институте им. М. Планка в Гейдельберге (ФРГ), состоит в резонансном испускании или поглощении гамма-лучей без отдачи.

В 1961 году за открытие и теоретическое обоснование явления ядерного гамма-резонанса Р. Л. Мёссбауэру была присуждена Нобелевская премия по физике.

Введение.

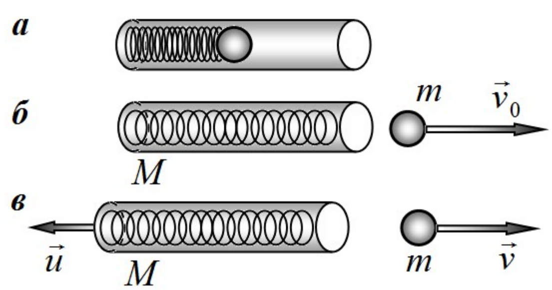
Не смотря на то, что процессы испускания и поглощения фотонов атомами и ядрами строго описываются только в рамках квантовых представлений, многие стороны этих явлений могут быть качественно объяснены в рамках классической физики. Так каждый атом имеет набор собственных частот, поэтому испускает электромагнитные волны со строго определенным набором частот (в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах). При поглощении света атомами поглощается излучение только тех частот, которые близки к собственным частотам колебаний, подобно традиционному резонансу в классических системах. Аналогичная ситуация и с излучением атомных ядер – только энергия квантов этого излучения лежит в области гамма-излучения (поэтому в этой области говорят не о частотах и длинах волн, а об энергии квантов).

Так как энергия (и импульс) гамма квантов велика, то при их испускании ядром, само ядро получает импульс отдачи. Следовательно, уносит часть энергии, уменьшая тем самым энергию испущенного гамма-кванта. Тем самым гамма-излучение, испущенное ядром не поглощается другим аналогичным ядром. Р. Мессбауэр показал, что в некоторых случаях излучение гамма-квантов может происходить без отдачи, следовательно, аналогичные ядра, находящиеся в аналогичных условиях могут сильно (резонансно) поглощать это излучение.

В задаче использованы материалы статьи самого Р. Мёссбауэра «РЕЗОНАНСНОЕ ЯДЕРНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ γ-КВАНТОВ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ БЕЗ ОТДАЧИ», опубликованной в журнале «Успехи физических наук» в декабре 1960 года (том LXXII, вып. 4)

Часть 1. Энергия отдачи.

Пружинная пушка состоит из цилиндрического закрытого с одной стороны ствола, внутри которого расположена упругая пружина (рис. 1 а). Пружина выталкивает шарик-снаряд. Отношение массы снаряда к массе пушки равно $\frac{m}{M} = \mu$. Если закрепить ствол, то снаряд вылетает из пушки со скоростью v_0 (рис. 1 б). Считайте, что во всех случаях начальное сжатие пружины постоянно, а в процессе выстрела пружина полностью распрямляется.

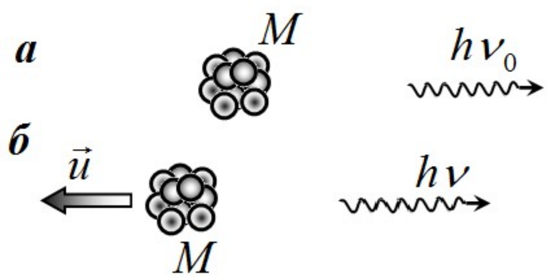


1.1 Чему будет равна скорость снаряда v, если ствол пушки не закреплен и может свободно двигаться (рис. 1 в)?

1.2 Найдите относительное изменение скорости снаряда $\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{v - v_0}{v_0}$, возникающее вследствие отдачи ствола, считая отношение массы снаряда к массе ствола μ малым.

1.3 Найдите относительное изменение энергии снаряда $\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{E - E_0}{E_0}$, возникающее вследствие отдачи ствола, считая отношение массы снаряда к массе ствола μ малым.

1.4 Неподвижное ядро массы[3] M испускает гамма-квант с энергией $h\nu_0$. Чему будет равна эта энергия, если этот квант испускается свободным ядром? Чему равно относительное изменение энергии гамма кванта вследствие отдачи ядра.



Ответы выразите через безразмерный параметр μ *равный отношению энергии гамма-кванта к энергии покоя ядра* $\varepsilon_0 = \frac{h\nu_0}{Mc^2}$ *(здесь и далее* c *- скорость света,* h *- постоянная Планка). Также рекомендуем использовать величину* $\varepsilon = \frac{h\nu}{Mc^2}$ *-отношение энергии гамма-кванта к энергии покоя ядра.*

а) решите задачу, считая, что движение ядра подчиняется законам классической физики;
б) решите задачу в релятивистском приближении

<u>Напоминание</u>: в специальной теории относительности доказано, что энергия частицы E *и ее импульс* p *связаны соотношением*

$$E^2 = M^2c^4 + p^2c^2. \qquad (1)$$

1.5 Найдите относительное изменение энергии гамма-кванта вследствие отдачи ядра, считая параметр ε_0 малым. Сравните эти изменения, рассчитанные в классическом и релятивистском приближениях.

1.6 В своих экспериментах Р. Мёссбауэр использовал ядра одного из изотопов иридия Ir^{191}, испускающего кванты с энергией[4] $E_0 = 129\,кЭв$.
Найдите энергию покоя ядра иридия Ir^{191} в электронвольтах.
Оцените параметр ε_0 для этого ядра.
Оцените скорость ядра Ir^{191} после испускания гамма-кванта.
Можно ли для описания эффектов отдачи пользоваться классическим приближением?

Масса протона (и примерно ей равная масса нейтрона) равна $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}\,кг$*, скорость света* $c = 3{,}0 \cdot 10^8\,м/с$*, заряд электрона* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,Кл$

1.7 Рассчитайте относительный сдвиг энергии гамма-кванта, возникающий вследствие отдачи ядра.

---

[3] Здесь и далее речь идет о массе покоя, с современной точки зрения нет смысла говорить о массе движущегося тела.

[4] В ядерной физике энергию принято измерять в Эв (электронвольтах) . 1Эв – энергия, которую приобретает электрон, пройдя разность потенциалов в 1 вольт.

1.8 Ядро может поглотить гамма-квант, если во внутреннюю энергию переходит энергия E_0, равная энергии гамма-кванта, испущенного таким же неподвижным ядром. должна равняться энергия гамма-кванта $E = h\nu$, что бы он мог поглотиться свободным ядром Ir^{191} ? Найдите только относительную разность этих энергий $\frac{\Delta E}{E_0}$.

Часть 2. Эффект Доплера.

2.1 Неподвижный источник, испускает волну с частотой ν_0. Чему будет равна частота волны, если источник движется с постоянной скоростью v в направлении распространения волны? Скорость волны равна c.

Часть 3. За что дают Нобелевские премии?

3.1 Для компенсации сдвига энергий гамма-квантов, предлагается использовать эффект Доплера. Для этого источник, содержащий атомы Ir^{191}, приближают к поглотителю, также содержащему атомы Ir^{191}. Оцените скорость, с которой должен приближаться источник к поглотителю, чтобы началось эффективное резонансное поглощение гамма-квантов? (рис. из статьи Р. Мёссбауэра).
Считайте, что все атомы иридия (в источнике и в поглотителе) свободны и изначально покоятся

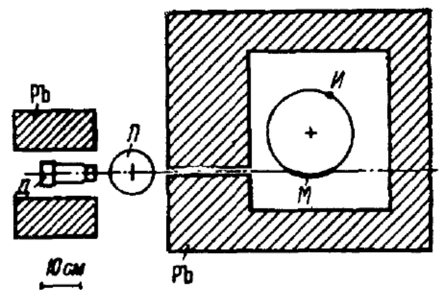


Рис. 2. Геометрия опыта. *И* — криостат с поглотителем ($T = 88$ К); *М* — вращающийся криостат с источником ($T = 88°$ К); *Д* — детектор; *И* — источник.

3.2 Качественно опишите влияние температуры на эффективность поглощения?

3.3 Свои эксперименты Р. Мёссбауэр проводил при низких температурах. В результате проведенных измерений оказалось, что зависимость эффективности поглощения от скорости источника имеет вид, показанный на рисунке (обратите внимание – шкала скоростей в см/с).

Р. Мэссбауэр предположил (и оказался прав), что при определенных условиях атомы в кристаллах оказываются жестко связанными, поэтому импульс отдачи передается не отдельному ядру, а всему кристаллу.
Чему равен параметр ε_0 в этом случае?
3.4 Ядро, как и атом, испускает не строго одну единственную частоту, а набор частот в некотором малом интервале $\Delta\nu$. Причем энергии квантов лежат в некотором диапазоне шириной ΔE, который определяется соотношением

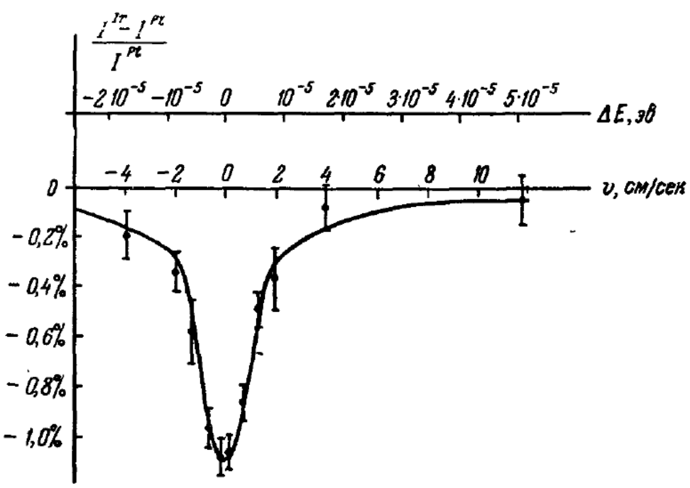


Рис. 3. Относительная разность интенсивностей γ-излучения, проходящего через иридиевый и платиновый поглотители, в функции относительной скорости источника и поглотителя.

неопределенности
$\Delta E \cdot \tau \approx h$, где τ - время жизни ядра в возбужденном состоянии. Используя приведенный график, оцените время жизни ядра Ir^{191} в возбужденном состоянии.

Постоянная Планка равна $h = 6{,}64 \cdot 10^{-34}$ *Дж* $\cdot$ *с* .